PERSAMAAN KUADRAT

- Bentuk umum:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Keterangan:

a, b, dan c adalah bilangan real

$a \neq 0$

x = peubah (variabel)

a = koefisien x^2

b = koefisien x

C = konstanta

Jenis-jenis persamaan kuadrat

Jenis-jenis persamaan kuadrat ditentukan oleh konstanta a, b, dan c

(i) Jika $a = 1$, maka persamaan menjadi

$x^2 + bx + c = 0$, → persamaan kuadrat biasa

(ii) Jika $b = 0$, maka persamaan menjadi $x^2 + c = 0$

→ persamaan kuadrat sempurna

(iii) Jika $c = 0$, maka persamaan menjadi

$x^2 + bx = 0$ → persamaan kuadrat tak lengkap

(iv) Jika a, b, c bilangan-bilangan rasional maka

$ax^2 + bx + c = 0$ → persamaan kuadrat rasional

Cara- cara Menyelesaikan Persamaan Kuadrat

1. Memfaktorkan

   $ax^2 + bx + c = 0 \rightarrow$ diubah menjadi

   $(x - x_1)(x - x_2) = 0$

   pada pemfaktoran tersebut harus ditentukan dua buah bilangan yang jumlahnya b dan hasil kalinya c

   contoh:

   $x^2 + 5x + 6 = 0$

   maka $\rightarrow$ $(x + 2)(x+3) = 0$

   $x + 2 = 0$ $\quad$ $x + 3 = 0$

   $x = -2$ $\quad$ $x = -3$

2.Melengkapkan kuadrat sempurna

(mempunyai akar yang sama)

$(x \pm p)^2 = x^2 \pm 2p + p^2$

3. Menggunakan rumus kuadrat (rumus abc)

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Atau

$$x = \frac{-b}{2a} \pm \frac{1}{2a}\sqrt{b^2 - 4ac}$$

Penulisan $x_{1,2}$ adalah singkatan dari x_1 dan x_2

Menentukan jenis akar-akar persamaan kuadrat menggunakan diskriminan

- Pada persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$; a, b, dan $c \in R$, $a \neq 0$,

  bilangan real $b^2 - 4ac$ dinamakan diskriminan dari persamaan kuadrat dan ditulis dengan D.

  jadi:

  $D = b^2 - 4ac$

  Salah satu terapan dari konsep diskriminan adalah untuk mengetahui jenis (karakter) akar persamaan kuadrat tanpa menghitung terlebih dahulu akar-akarnya.

Jenis-jenis akar

I. $D \geq 0$, memiliki akar-akar bilangan real :

$D > 0$, memiliki akar-akar bilangan real yg berbeda ($x_1 \neq x_2$)

$D = 0$, memiliki akar-akar bilangan yang sama/kembar ($x_1 = x_2$)

II. $D = k^2$, memiliki akar-akar bilangan rasional (k=bilangan bulat)

III. $D \neq k^2$, memiliki akar-akar bilangan irrasional

IV. $D < 0$, memiliki akar-akar tidak real (imajiner)

k 2 = bilangan kuadrat sempurna

kedua akar rasional

Jumlah dan Hasil Kali Akar-Akar Persamaan Kuadrat

Misalnya x1 dan x2 ada ah akar persamaan kuadrat ax2 + bx + c = 0; a, b, c, ϵ R dengan a ≠ 0, maka:

1. Jumlah akar-akar persamaan kuadratnya: $x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$
2. Hasil kali akar-akar persamaan kuadratnya: $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$

Penerapan rumus jumlah dan hasil kali akar-akar persamaan kuadrat

Beberapa rumus yang berkaitan dengan akar-akar persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$; a, b, c, ϵ R dengan $a \neq 0$, yang akar-akarnya x_1 dan x_2 adalah sebagai berikut.

1 $x_1 - x_2 = \dfrac{\sqrt{D}}{a}$ → x1 > x2

2. $x_1^{\,2} + x_2^{\,2} = (x_1 + x_2)^2 - 2\, x_1\, x_2$

3. $x_1^{\,2} - x_2^{\,2} = (x_1 - x_2)(x_1 + x_2)$

4. $x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)^3 - 3(x_1 x_2)(x_1 + x_2)$

5. $x_1^3 - x_2^3 = (x_1 - x_2)^3 - 3(x_1 x_2)(x_1 - x_2)$

6. $\dfrac{1}{x_1} + \dfrac{1}{x_2} = \dfrac{x_1 + x_2}{x_1 x_2}$